Agli alunni delle classi prime a.s. 2017/18

Per cominciare bene il prossimo anno scolastico chiediamo ai futuri allievi delle classi prime di visionare durante le vacanze, le schede allegate sulle caratteristiche importanti degli insiemi numerici e di esercitarsi eseguendo gli esercizi assegnati (M.C.M. e m.c.m., espressioni con le proprietà delle potenze).

Buona estate.

Gli insegnanti di matematica

Il massimo comune divisore

293 VERO O FALSO?

a. Il MCD di due numeri esiste sempre. V F

b. Il MCD di due numeri primi è 0. V F

c. Il MCD di due numeri pari è il numero minore tra i due. V F

d. Se $MCD(a; b) = a$, allora b è divisore di a. V F

e. Il MCD di due numeri primi è uguale al più grande dei numeri. V F

f. Il MCD di due numeri primi fra loro è uguale al minore dei due numeri. V F

Calcola il MCD dei seguenti gruppi di numeri.

294 6, 8; 21, 24; 20, 30; 5, 6.

295 4, 20; 6, 18; 20, 60; 5, 10.

296 12, 18, 24; 8, 20, 16; 10, 20, 30.

Il minimo comune multiplo

297 SPIEGA PERCHÉ il mcm tra 4 e 5 è 20. Come sono tra loro questi numeri?

298 VERO O FALSO?

a. Dati due numeri, ognuno è divisore del loro mcm. V F

b. Se $mcm(a; b) = c$, allora a e b sono divisori di c. V F

c. Se $mcm(a; b) = a$, allora b è divisore di a. V F

d. Se $mcm(a; b) = a \cdot b$, allora a e b sono numeri primi. V F

e. Il mcm di due numeri primi non esiste. V F

Calcola il mcm dei seguenti gruppi di numeri.

299 3, 4; 30, 40; 300, 400.

300 15, 20; 25, 30; 56, 72; 8, 12.

Mediante la scomposizione in fattori primi determina il MCD e il mcm dei seguenti gruppi di numeri.

302 12, 4, 6.

303 12, 8.

304 90, 30, 150.

305 14, 24, 22.

306 63, 168.

307 28, 18.

308 240, 150, 54.

309 63, 9, 25.

310 10, 45, 90.

---

301 ESERCIZIO GUIDA Mediante la scomposizione in fattori primi, determiniamo il MCD e il mcm dei numeri: 60, 15, 18.

Scomponiamo ciascun numero in fattori primi, incolonnando i fattori uguali:

$$60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5,$$
$$15 = 3 \cdot 5,$$
$$18 = 2 \cdot 3^2.$$

Il MCD è il prodotto dei fattori comuni, ciascuno preso con l'esponente più piccolo:

$$MCD(60; 15; 18) = 3.$$

Il mcm è il prodotto di tutti i fattori, comuni e non comuni, ciascuno preso con l'esponente più grande:

$$mcm(60; 15; 18) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180.$$

479 Completa, applicando le proprietà delle potenze:

a) $[(-2)^8 : (-2)^2]^3 : (-2)^{15} = [(-2)^{\dots}]^3 : (-2)^{15} = (-2)^{\dots} : (-2)^{15} = (-2)^3$

b) $\left[\left(+\frac{3}{2}\right)^5 \cdot \left(+\frac{3}{2}\right)^3 : \left(+\frac{3}{2}\right)^6\right]^3 \cdot \left(-\frac{4}{9}\right)^6 = \left[\left(+\frac{3}{2}\right)^{\dots}\right]^3 \cdot \left(-\frac{4}{9}\right)^6 = \left(+\frac{3}{2}\right)^{\dots} \cdot \left(-\frac{4}{9}\right)^6 = \left(-\frac{\dots}{\dots}\right)^6$

Scrivi sotto forma di un'unica potenza:

480 $[(+5)^6 : (+5)^4]^2$; $\quad (-2)^4 : [(-2)^3 \cdot (-2)]$; $\quad [(-10)^2]^5 : [(-10) \cdot (-10)^3]^2$

481 $[(+3)^3 \cdot (+3)^2]^2 : [(+3)^0]^4 : (+3)^5$; $\quad \{[(-7)^3]^2\}^4 : [(-7)^3 \cdot (-7) \cdot (-7)^8]^2$

482 $\left[\left(+\frac{6}{11}\right)^5 : \left(+\frac{6}{11}\right)^3\right]^3 : \left[\left(+\frac{6}{11}\right)^2 \cdot \left(+\frac{6}{11}\right)^3\right] : \left(+\frac{6}{11}\right)$; $\quad \left\{\left[\left(-\frac{2}{3}\right)^2\right]^2 \cdot \left[\left(-\frac{2}{3}\right)^6 : \left(-\frac{2}{3}\right)^3\right]\right\}^2 : \left[\left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2\right]^3$

483 $\left[\left(-\frac{1}{9}\right)^2 : \left(+\frac{1}{3}\right)^2\right]^2$; $\quad \left[\left(-\frac{3}{14}\right)^4 : \left(-\frac{3}{7}\right)^4\right]^5$; $\quad \left[\left(-\frac{5}{7}\right)^4 : (-5)^4\right]^2 : \left(-\frac{5}{7}\right)^8$

484 Completa lo svolgimento delle seguenti espressioni:

a) $-5 - (-3)^2 + (+8)^4 : (-4)^4 - (-2)^3 =$

$= -5 - (+\dots) + (-\dots)^4 - (-\dots) = -5 - \dots + 16 + \dots = +10$

b) $\left(\frac{1}{2} - \frac{4}{3}\right)^2 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) - \left(+\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{2} + \frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right)^3 =$

$= \left(\frac{\dots - 8}{6}\right)^2 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) - \left(+\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{1 - \dots + 2 - \dots}{4}\right)^3 =$

$= \left(-\frac{\dots}{6}\right)^2 \cdot \left(-\frac{3}{5}\right) - \left(+\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{3}_{1}}\right)^3 \cdot \left(-\frac{\dots}{\cancel{4}_{2}}\right)^3 = +\frac{\dots}{36_{12}} \cdot \left(-\frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{5}_{1}}\right) - (-\dots)^3 =$

$= -\frac{\dots}{12} - (-\dots) = -\frac{\dots}{12} + \dots = \frac{-\dots + \dots}{12} = +\frac{7}{12}$

Calcola il valore delle seguenti espressioni:

485 $(-5+3)^3 - (-10)^3 : (+5)^3 + (-5)^2 \cdot (-2)^2$ $\quad [100]$

486 $(-16)^4 : (-8)^4 - (6+2-5)^2 + (-36)^3 : (-36)^3 - (-3)^2 \cdot (-3+7)$ $\quad [-28]$

487 $-7 \cdot (-3)^2 - [(+30)^3 : (-15)^3 - (7-5+3) \cdot (-3)^2]$ $\quad [-10]$

488 $5 - 3 \cdot [(-18)^2 : (-6)^2 - (-3+8)^2 : (-2-3)]$ $\quad [-37]$

489 $-4 - \{[(-8)^4 \cdot (-3)^4 : (+24)^3 - (3-7) \cdot (-2)^3]^2 - 3 \cdot (-5)^2\}$ $\quad [7]$

490 $\left(\frac{3}{2} - \frac{1}{4} - 2\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{2}\right)^2$ $\quad \left[\frac{25}{64}\right]$

491 $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right)^3 : \left(\frac{7}{6} - \frac{3}{4} - \frac{1}{3}\right)^2$ $\quad \left[\frac{2}{3}\right]$

~~492~~ $\left(\frac{1}{2} - \frac{13}{2}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{6}\right)^2 \cdot \left(3 - \frac{3}{2}\right)^3$ $\quad \left[\frac{27}{32}\right]$

493 $\left(+\frac{1}{2}\right)^3 - \left(\frac{4}{3} - \frac{2}{15}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{2} - \frac{5}{3} - \frac{1}{4}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(2 - \frac{3}{2}\right)^2$ $\quad \left[-\frac{1}{3}\right]$

~~494~~ $\left(\frac{7}{3} - \frac{11}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{8}{3} - \frac{7}{2}\right)^3 + \left(\frac{5}{4} - \frac{5}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{12}\right)$ $\quad [0]$

495 $\left(\frac{10}{9} - \frac{5}{6}\right)^2 : \left(-\frac{5}{6}\right)^2 + \left(\frac{1}{5} - \frac{17}{25}\right)^2 \cdot \left(\frac{9}{4} - \frac{8}{3}\right)^3 + \frac{7}{20}$ $\quad \left[\frac{4}{9}\right]$

496 $\left(\frac{26}{15} - \frac{11}{6}\right)^3 : \left(\frac{4}{3} + \frac{3}{10} - \frac{26}{15}\right)^2 + \left(1 + \frac{5}{6} - \frac{23}{12}\right) : \left(\frac{1}{4} + \frac{7}{12}\right)$ $\quad \left[-\frac{1}{5}\right]$

497 $\left(\frac{11}{4} - \frac{3}{2} - 2\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right)^2 - \left(-\frac{4}{5}\right) \cdot \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{4}\right)^2$ $\quad \left[\frac{1}{2}\right]$

498 $\left[-\left(\frac{1}{3} - 1\right)^2 \cdot \left(-1 - \frac{2}{3}\right)^2\right] : \left(2 - \frac{1}{3}\right)^3$ $\quad \left[-\frac{4}{15}\right]$

499 $\left[\left(\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{4}\right)^2\right] : \left(-1 - \frac{1}{2}\right)^3$ $\quad \left[\frac{4}{9}\right]$

~~500~~ $\left[-\frac{1}{20} + \left(\frac{17}{10} - \frac{7}{20}\right) - \left(\frac{11}{30} - \frac{16}{15}\right)\right]^4$ $\quad [16]$

501 $\left[-6 \cdot \left(\frac{5}{6} - \frac{3}{4}\right)\right]^2 : \left[\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right) : \left(-\frac{17}{4}\right)\right]^2$ $\quad \left[\frac{9}{4}\right]$

~~502~~ $\left[\left(\frac{17}{12} - \frac{7}{4}\right)^2 - \left(\frac{7}{6} - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{8}{3}\right] : \left(\frac{11}{15} - \frac{9}{10}\right)$ $\quad [-6]$

503 $\left(\frac{3}{5}\right)^3 : \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{45}\right) : \frac{13}{15} - \left[\frac{1}{6} + \left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)^2\right]$ $\quad \left[\frac{1}{10}\right]$

504 $\left[\left(\frac{7}{4} - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(\frac{13}{6} - \frac{8}{3}\right)^2\right] - \left(\frac{7}{8} - \frac{2}{5} - \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{2}{11} + \frac{1}{2}\right)$ $\quad \left[\frac{1}{2}\right]$

505 $\left[\frac{7}{20} : \left(\frac{23}{40} - \frac{1}{20}\right) - \frac{1}{9} + \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{3}\right)^2\right] : \left(-\frac{3}{4}\right)^2 + \frac{7}{27}$ $\quad [1]$

506 $\left[\left(\frac{3}{2} - \frac{33}{26}\right) \cdot \left(1 + \frac{13}{18} - \frac{19}{6}\right) - \left(\frac{3}{2} - \frac{2}{3}\right) \cdot \left(2 + \frac{3}{10} - \frac{12}{5}\right)\right]^2 : \left(-\frac{1}{8}\right)$ $\quad \left[-\frac{1}{2}\right]$

507 $\left[\left(2 - \frac{11}{6} + \frac{1}{9}\right)^2 : \left(\frac{7}{10} - \frac{23}{15}\right)^2 + \left(\frac{11}{12} - \frac{4}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{12}{25}\right)^2\right] : \left(\frac{3}{5} - \frac{7}{6}\right)$ $\quad \left[-\frac{1}{6}\right]$

508 $\left\{\left[\left(1 - \frac{8}{7} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{21}\right)\right] \cdot \left(\frac{9}{10} + \frac{13}{5}\right)\right\}^2$ $\quad \left[\frac{1}{4}\right]$

509 $\left\{\left[\left(\frac{14}{5} - \frac{11}{4}\right) - \frac{13}{10}\right]^2 - \left[\left(\frac{12}{5} - \frac{5}{2}\right) + \frac{29}{40}\right]\right\} : \left(-\frac{5}{2}\right)$ $\quad \left[-\frac{3}{8}\right]$

I NUMERI NATURALI

N={0,1,2,3, …….$n-1, n, n+1$ ……….} è l'insieme dei numeri naturali

N-{0}={1,2,3,4 ………} è l'insieme dei numeri naturali escluso lo zero. Si indica con N_0.

Operazione	Proprietà	Esempi
ADDIZIONE a+b=c a e b sono ADDENDI c è la somma	-Interna a N -Commutativa $a+b=b+a$ -Associativa $(a+b)+c=a+(b+c)$ -Esiste l'elemento neutro $a+0=0+a$	 $2+3=3+2$ $(2+3)+5=2+(3+5)$ $3+0=0+3=3$
MOLTIPLICAZIONE a·b=c a e b sono FATTORI c è il prodotto	-Interna a N -Commutativa $a\cdot b=b\cdot a$ - Associativa $(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)$ -Esiste l'elemento neutro $a\cdot 1=1\cdot a=a$ -Distributiva rispetto all'addizione e alla sottrazione a sinistra $a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c$ a destra $(a+b)\cdot c=a\cdot c+b\cdot c$ -legge annullamento prodotto $a\cdot b=0$ se e solo se $a=0$ o $b=0$	 $2\cdot 3=3\cdot 2$ $(2\cdot 3)\cdot 5=2\cdot(3\cdot 5)$ $2\cdot 1=1\cdot 2=2$ $2\cdot(3+5)=2\cdot 3+2\cdot 5$ $(6+7)\cdot 8=6\cdot 8+7\cdot 8$
SOTTRAZIONE a-b=d a è il minuendo b è il sottraendo d è la differenza	-NON è interna a N: esiste solo se il minuendo è maggiore o uguale al sottraendo -NON è commutativa -NON è associativa	$5-7$ non è eseguibile in N $3-2\neq 2-3$ $(5-3)-2\neq 5-(3-2)$
DIVISIONE a:b=q a è il dividendo b è il divisore q è il quoto	-NON è interna a N: esiste solo se il dividendo è multiplo del divisore $0: a=0\ per\ ogni\ a\neq 0$ $a: o$ è $impossibile\ per\ ogni\ a\neq 0$ $0: 0$ è $indeterminato$ -NON è commutativa -NON è associativa -Distributiva a destra (ma NON a sinistra) rispetto all'addizione $(a+b): c=a: c+b: c$ -Invariantiva: il quoziente di due numeri non cambia se dividendo e divisore vengono moltiplicati o divisi per uno stesso numero diverso da zero	$5: 3$ non è $eseguibile\ in\ N$ $0: 3=0$ $3: 0\ impossibile$ $0: 0=0,1,2,3,4,\ldots\ldots$ $4: 2\neq 2: 4$ $(12: 6): 2\neq 12: (6: 2)$ $(12+4): 4=12: 4+4: 4$ $(12: 4)=(12\cdot 2): (4\cdot 2)$ $(12: 4)=(12: 2): (4: 2)$

RICORDA:

Il numero a è **MAGGIORE** di b si scrive $a>b$; Il numero a è **MINORE** di b si scrive $a<b$

Il numero a è **MULTIPLO** di b se esiste un numero naturale n tale che $a=b\cdot n$

Un numero a **PARI** è MULTIPLO di 2 quindi $a=2n$

Un numero a **DISPARI** è il SUCCESSIVO di un pari quindi $a=2n+1$

Un numero è **PRIMO** se è divisibile solo per se stesso e per 1

Ogni numero **NON PRIMO** è scomponibile in fattori primi

Due numeri si dicono **PRIMI FRA LORO** se hanno soltanto 1 come divisore comune

Nelle ESPRESSIONI NUMERICHE :

- Se non ci sono parentesi si eseguono nell'ordine:potenze, moltiplicazioni e divisioni, infine addizioni e sottrazioni
- Se ci sono parentesi si eseguono nell'ordine le parentesi tonde,quadre e graffe

ELEVAMENTO a POTENZA: $a^n = c \quad con \quad a \epsilon N, n \epsilon N_0$

a è $la\ base;\ n$ è $l'esponente;\ c$ è $la\ potenza$

è $il\ prodotto\ di\ a\ per\ se\ stesso\ n\ volte: a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \ldots\ldots \cdot a\ (n\ volte)$

$In\ particolare: a^1 = a, 1^n = 1, 0^n = 0$

$Se\ a \neq 0, a^0 = 1\ per\ convenzione, mentre\ 0^0$ è $indeterminata$

PROPRIETA' delle POTENZE

Nome Proprietà	In Simboli		Esempi
Prodotto di potenze di ugual base	$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	stessa base somma esponenti	$2^3 \cdot 2^5 = 2^8$
Quoziente di potenze di ugual base	$a^m : a^n = a^{m-n}$ con $m \geq n$ $a \neq 0$	stessa base differenza esponenti	$3^6 : 3^4 = 3^2$
Potenza di potenza	$(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	stessa base prodotto esponenti	$(2^3)^2 = 2^6$
Potenza di un prodotto (potenze di ugual esponente)	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$		$(5 \cdot 7)^2 = 5^2 \cdot 7^2$
Potenza di un quoziente (potenze di ugual esponente)	$(a : b)^n = a^n : b^n$ $con\ a\ multiplo\ di\ b$ e $b \neq 0$		$(8 : 4)^2 = 8^2 : 4^2$

M.C.D tra numeri naturali e m.c.m. tra numeri naturali

M.C.D	Esempio M.C.D.(18,24)	m.c.m	Esempio m.c.m.(12,21)
1) Scomponi in fattori primi i numeri	$18 = 2 \cdot 3^2$ $24 = 2^3 \cdot 3$	1) Scomponi in fattori primi i numeri	$12 = 2^2 \cdot 3$ $21 = 3 \cdot 7$
2) Se ci sono fattori primi comuni a tutte le scomposizioni: **MOLTIPLICA tutti i fattori comuni presi una sola volta con l'esponente MINORE** 3) Se non ci sono fattori comuni M.C.D=1	M.C.D.(18,24)=$2 \cdot 3$=6	**2) MOLTIPLICA tutti i fattori comuni e non comuni, presi una sola volta con l'esponente MAGGIORE**	m.c.m.(12,21)=$2^2 \cdot 3 \cdot 7$

I NUMERI INTERI

Che cosa si può notare relativamente al precedente di 0 in N? ....

Ricorda: Z = {....... -3. -2, -1, 0, +1, +2, +3 ....} è l'insieme dei numeri interi

Z^+ è l'insieme dei numeri interi positivi, Z^- è l'insieme dei numeri interi negativi

$Z - \{0\}$ è l'insieme dei numeri interi escluso lo zero.

IN Z OGNI NUMERO HA OPPOSTO

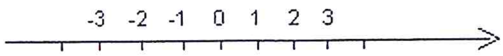
Due numeri a e b sono opposti se e solo se la loro somma vale zero a+b=0

Ricorda: **Valore assoluto** : $|+n| = n$; $|-n| = n$, con $n \in N$; $|0| = 0$

Due numeri interi sono **opposti** se hanno segno diverso e valore assoluto uguale.

Due numeri interi sono **concordi** se hanno lo stesso segno; sono **discordi** se hanno segno diverso.

Rappresentazione geometrica di Z.



Se a rappresenta un numero **negativo** si scrive **a<0 es: -3<0**

Se a rappresenta un numero **positivo** si scrive **a>0 es: +5>0**

-a significa l'OPPOSTO di a e rappresenta :

un numero negativo se a>0 es: l'opposto di +2 è -2

un numero positivo se a<0 es: l'opposto di -5 è +5

Addizione	$(+5) + (-3)$ è equivalente a $+5 - 3 = +2$; $(-3) + (-2)$è equivalente a $-3 - 2 = -5$
Moltiplicazione e **Divisione** (se POSSIBILE)	Numeri CONCORDI PRODOTTO e QUOZIENTE POSITIVI $+\cdot+=+$ e $-\cdot-=+$ $+:+=+$ e $-:-=+$ Numeri DISCORDI PRODOTTO e QUOZIENTE NEGATIVI $+\cdot-=-$ e $-\cdot+=-$ $+:-=-$ e $-:+=-$
Sottrazione SEMPRE POSSIBILE	Si somma l'opposto $(+3) - (+2) = 3 - 2 = 1$ $-5 - (-2) = -5 + 2 = -3$
Elevamento a potenza (esponente naturale)	ESPONENTE PARI $(+3)^2 = +9$ $(-3)^2 = +9$ POTENZA SEMPRE POSITIVA ESPONENTE DISPARI $(+2)^3 = +8$ $(-2)^3 = -8$ POTENZA HA IL SEGNO DELLA BASE ATTENZIONE alla scrittura $-(-2)^4 = -(+16) = -16$ $-(-3)^3 = -(-27) = +27$

In Z valgono tutte le proprietà delle operazioni viste in N e le proprietà delle potenze.

L'INSIEME dei NUMERI RAZIONALI Q (la lettera Q è l'iniziale di QUOZIENTE)

- Ogni numero razionale proviene da una divisione (o RAPPORTO) tra numeri INTERI a e b con b≠0
- **FRAZIONE**: a e b sono numeri naturali con b≠ 0

$$\frac{a}{b}=\frac{numeratore}{denominatore}\quad \frac{quante\ parti\ considero}{quali\ parti\ dell'unità\ si\ considerano}\quad \frac{uno,due,tre,quattro......}{mezzi,terzi,quarti,quinti.....}\quad \frac{N}{D}$$

- La FRAZIONE si rappresenta sulla retta orientata

Si divide il SEGMENTO UNITARIO in tante parti UGUALI quante ne indica il DENOMINATORE e a partire da O si considerano tante parti quante ne indica il NUMERATORE.

In posizione simmetrica rispetto ad O si trova il numero **OPPOSTO**.($\frac{1}{2}$ *ha come opposto* $-\frac{1}{2}$)

- Due **FRAZIONI EQUIVALENTI** occupano sulla retta lo stesso posto ($\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{3}{6}=\frac{4}{8}=\cdots\ldots\ldots\ldots$)
- **PROPRIETA' INVARIANTIVA**: una frazione si trasforma in una ad essa EQUIVALENTE se si moltiplica o si divide sia il numeratore che il denominatore per uno stesso numero diverso da zero

  $\frac{2}{3}=\frac{2\cdot5}{3\cdot5}=\frac{10}{15}$ $\quad\frac{30}{18}=\frac{30:6}{18:6}=\frac{5}{3}$ $\quad-\frac{15}{6}=-\frac{15:3}{6:3}=-\frac{5}{2}$
- Una frazione si dice **RIDOTTA ai MINIMI TERMINI** quando il NUMERATORE e il DENOMINATORE sono **PRIMI fra loro**. Per ridurre una frazione DIVIDO N e D per il loro M.C.D.

  $\frac{20}{16}=\frac{20:4(\,M.C.D.(20,16))}{16:4(M.C.D.(20,16))}=\frac{5}{4}$
- **CONFRONTO tra NUMERI RAZIONALI:**

  -un numero negativo o nullo è minore di un numero positivo es. $-\frac{5}{8}<\frac{8}{15}$

  -se hanno lo stesso denominatore si confrontano i numeratori es. $\frac{7}{5}>\frac{6}{5}$; $-\frac{5}{3}<-\frac{4}{3}$

  -se non hanno lo stesso denominatore trasformiamo in frazioni equivalenti con lo stesso denominatore es. $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{7}$;m.c.m.(4,7)= 28; $\frac{3}{4}=\frac{21}{28}$ e $\frac{5}{7}=\frac{20}{28}$;$\frac{21}{28}>\frac{20}{28}$ quindi $\frac{3}{4}>\frac{5}{7}$

  -**può essere utile** identificare i due numeri interi tra i quali i numeri razionali sono compresi e a volte il confronto è immediato es. $-\frac{3}{2}$ e $-\frac{4}{5}$; $-2<-\frac{3}{2}<-1\,,-1<-\frac{4}{5}<0$ quindi $-\frac{3}{2}<-\frac{4}{5}$
- **IN Q OGNI NUMERO (diverso da zero) ha INVERSO (o RECIPROCO)** : due numeri sono INVERSI se il loro PRODOTTO vale 1; es. $\frac{2}{3}\ e\ \frac{3}{2}$, $5\ e\ \frac{1}{5}$; $-\frac{1}{3}\ e\ -3$ (l'inverso ha lo stesso segno)
- **OPERAZIONI in Q**

  SI CERCA di LAVORARE SEMPRE CON **FRAZIONI RIDOTTE AI MINIMI TERMINI**

Addizione e sottrazione	**Si deve calcolare il m.c.m. tra i denominatori** $-\frac{1}{2}+\frac{5}{4}=\frac{-2+5}{4}=\frac{3}{4}$; $\frac{5}{6}-\frac{4}{9}=\frac{15-8}{18}=\frac{7}{18}$; $-\frac{5}{3}-\left(-\frac{3}{2}\right)=-\frac{5}{3}+\frac{3}{2}=\frac{-10+9}{6}=-\frac{1}{6}$
Moltiplicazione e **Divisione** (SEMPRE POSSIBILE)	Vale la **REGOLA dei SEGNI** Nel **prodotto si moltiplicano tra loro i numeratori e tra loro i denominatori** SEMPLIFICANDO quando possibile (anche in croce) **DIVIDERE significa MOLTIPLICARE per l'INVERSO** $\frac{2}{3}:\left(-\frac{5}{6}\right)=\frac{2}{3}\cdot\left(-\frac{6}{5}\right)=-\frac{4}{5}$
Elevamento a potenza (esponente naturale)	**Per elevare a potenza un numero razionale si deve elevare a potenza il Numeratore e il Denominatore** $\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$ Es. :$\left(-\frac{2}{3}\right)^2=+\frac{4}{9}$; $\left(-\frac{1}{2}\right)^3=-\frac{1}{8}$;$\left(+\frac{3}{2}\right)^3=+\frac{27}{8}$ **Attenzione al segno della base e all'esponente(pari o dispari)**

In Q valgono tutte le proprietà delle operazioni viste in N e Z e le proprietà delle potenze

NUMERI RAZIONALI Q

POTENZE con ESPONENTE NEGATIVO

La base è un numero razionale diverso da zero, l'esponente è un numero intero negativo

Es: $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^{2} = \frac{9}{4}$ la **BASE** è diventata **INVERSA**, mentre l'**ESPONENTE** è diventato **OPPOSTO**

$(-2)^{-3} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{3} = -\frac{1}{8}$

ATTENZIONE all'utilizzo delle **proprietà delle potenze** che sono ancora tutte valide

Es: $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{2} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{-3+2} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{-1} = -2$; $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\right]^{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-6} = \left(\frac{3}{2}\right)^{6}$

$\left(-\frac{1}{5}\right)^{2} : \left(-\frac{1}{5}\right)^{-3} = \left(-\frac{1}{5}\right)^{2-(-3)} = \left(-\frac{1}{5}\right)^{5}$; $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} : \left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left[\frac{1}{3} \cdot \left(-\frac{3}{2}\right)\right]^{-2} = \left(-\frac{1}{2}\right)^{-2} = (-2)^2 = 4$

PER APPLICARE LE PROPRIETA' delle POTENZE DEVO AVERE **BASI UGUALI** o **ESPONENTI UGUALI**:
devo sempre fare attenzione all'**operazione tra potenze e alla proprietà relativa**

Es: $\left(\frac{1}{3}\right)^{2} \cdot (3)^{-5} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{5} = \left(\frac{1}{3}\right)^{7}$ Le BASI sono INVERSE :possono diventare UGUALI

$\left(-\frac{3}{4}\right)^{-2} : \left(-\frac{4}{3}\right)^{3} = \left(-\frac{3}{4}\right)^{-2} : \left(-\frac{3}{4}\right)^{-3} = \left(-\frac{3}{4}\right)^{-2-(-3)} = \left(-\frac{3}{4}\right)^{1}$

$\left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{2} = \left(-\frac{3}{2}\right)^{2} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{2} = \left(-\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3}\right)^{2} = (-2)^2 = 4$ Gli ESPONENTI sono OPPOSTI:possono diventare UGUALI

RAPPORTI,PROPORZIONI e PERCENTUALI

RAPPORTO tra due numeri razionali (il secondo $\neq 0$) è il loro QUOZIENTE a:b con b$\neq$ 0

PROPORZIONE è l'uguaglianza di due rapporti : a:b=c:d (tutti $\neq 0$)

a e d sono gli ESTREMI , mentre b e c sono i MEDI

PROPRIETA' FONDAMENTALE delle PROPORZIONI: il prodotto dei medi è uguale al prodotto degli estremi : $a \cdot d = b \cdot c$

PERCENTUALE: una frazione può essere scritta tramite una percentuale ; $x\%$ è un modo equivalente di scrivere $\frac{x}{100}$ Es: 40 % significa $\frac{40}{100} = \frac{2}{5} = 0,4$

NUMERI RAZIONALI e NUMERI DECIMALI

Ogni numero razionale può essere rappresentato da un numero decimale FINITO o PERIODICO

Es: $\frac{1}{2} = 0,5$ $\frac{1}{3} = 0,333333 ....$

Nei calcoli con numeri che hanno molte o infinite cifre decimali si procede ad approssimare.

NOTAZIONE SCIENTIFICA

Un numero è espresso in notazione scientifica quando è nella forma a$\cdot 10^n$ dove a è un numero decimale compreso tra 1 e 10: $1 \leq a < 10$ e n è un numero intero

Es: $3,1 \cdot 10^3$; $5,3 \cdot 10^{-2}$

Es: Per scrivere 12452,8 in notazione scientifica sposto la virgola di 4 posti(divido) e moltiplico per 10^4

12452,8 = 1,24528$\cdot 10^4$ che posso approssimare a 1,25$\cdot 10^4$

Per scrivere 0,048 in notazione scientifica sposto la virgola di 2 posti(moltiplico) e moltiplico per 10^{-2}

0,0 48 = 4,8 10^{-2}

La scrittura dei numeri in notazione scientifica è utile per eseguire calcoli con numeri molto grandi o molto piccoli perché consente di utilizzàre le proprietà delle potenze.